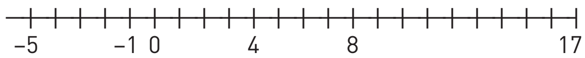
Unidad 01: Números enteros

APLICACIONES DE LOS NÚMEROS ENTEROS A-01-01

1. 

b) Bilbao: 8 ºC Tenerife: 4 ºC Valladolid:14 ºC

Cádiz: 7 ºC Valencia: 8 ºC

c) Valladolid

2. 2 110

3. Le faltan 2 euros.

4. 3 y – 3

5. – 7, 1 y – 1

PON A PRUEBA TU INGENIO A-01-02

Revuelto de calcetines

3 calcetines.

La abuela, sus nietas y sus joyas

13 nietas.

Tablero numérico

	4	6	
7	1	8	2
	3	5	

Los partidos de baloncesto

Hay tantos partidos como perdedores.

3L 4S3S1N4T0 D3L PR0F3S0R D3 M4T3M4T1C4S A-01-03

Respuesta libre.

ESTRATEGIA: DESGLOSAR LA INFORMACIÓN A-01-04

1.

Hora	Período	Personas que conocen la idea	Total
9 h		1	1
9,15 h	1	$1 + 5$	$6 = 1 + 5$
9,30 h	2	$1 + 5 + (5 \cdot 5)$	$31 = 1 + 5 \cdot 6$
9,45 h	3	$1 + 5 + (5 \cdot 5) + (5 \cdot 5 \cdot 5)$	$156 = 1 + 31 \cdot 5$
10 h	4	$1 + 5 + (5 \cdot 5) + (5 \cdot 5 \cdot 5) + (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)$	$781 = 1 + 156 \cdot 5$
10,15 h	5	$1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5$	$3906 = 1 + 781 \cdot 5$
10,30 h	6	$1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6$	$19531 = 3906 \cdot 5 + 1$
11 h	7	$1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + 5^7$	$97656 = 19531 \cdot 5 + 1$

Conocerían la idea 97 651 personas.

2.

Tiempo		Monedas	Total
1.ª hora	1.er cuarto de hora	2	2
	2.º cuarto de hora	$2 + (2 \cdot 2)$	6
	3.er cuarto de hora	$2 + (2 \cdot 2) + (2 \cdot 2 \cdot 2)$	14
	4.º cuarto de hora	$2 + (2 \cdot 2) + (2 \cdot 2 \cdot 2) + (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$	30
2.ª hora	5.º cuarto de hora	$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$	62
	6.º cuarto de hora	$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6$	126
	7.º cuarto de hora	$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7$	254
	8.º cuarto de hora	$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8$	510
3.ª hora	9.º cuarto de hora	$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9$	1 022
	10.º cuarto de hora	$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}$	2 046
	11.º cuarto de hora	$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11}$	4 094
	12.º cuarto de hora	$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11} + 2^{12}$	8 190

Habría en total 8 190 monedas.

3.

2	2
$2 + (2 \cdot 2)$	6
$2 + (2 \cdot 2) + (2 \cdot 2 \cdot 2)$	14
$2 + (2 \cdot 2) + (2 \cdot 2 \cdot 2) + (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$	30
$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$	62

Según la tabla, el número de descendientes de la familia inicial en la quinta generación es 62.

Unidad 02: Divisibilidad

APLICACIONES DE LA DIVISIBILIDAD A-02-01

1. 324

2. 165, 180 y 195

3. 62 canicas.

4. 180 niños.

5. 56 000 km

6. El uno.

7. – 1, 1, a y – a.

APLICACIONES DEL m.c.m. Y m.c.d. A-02-02

1. *a)* 24 de enero.

b) 4 cardiovascular, 6 sauna y 3 *squash.*

2. *a)* 30 kg *b)* 94 sacos.

3. 2 580

4. 601 alumnos.

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-02-03**

Jaulas y pájaros

Cuatro pájaros y tres jaulas.

La suma

A = 9; S = 1; O = 0

Los hermanos y hermanas de Miguel

Seis hermanos y tres hermanas.

Hermano y hermana

3 chicos y 4 chicas.

POESÍAS MATEMÁTICAS **A-02-04**

Respuesta libre.

ESTRATEGIA: EMPEZAR POR CASOS MÁS SENCILLOS **A-02-05**

1. Sus últimos 16 dígitos son ceros.
2. Siguiendo el proceso explicado, se obtiene que el número termina en 24 ceros.

Unidad 03: Números fraccionarios

APLICACIONES DE LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS (1) **A-03-01**

1. Equipo A: $\frac{1}{5}$, el B: $\frac{4}{5}$, el C: $\frac{2}{15}$ y el D: $\frac{2}{5}$

   A: 12 , B: 16 , C: 8 y D: 24 puntos.
2. 50 minutos 120 L/min
3. 75 m
4. 7 m
5. 1 624 €

APLICACIONES DE LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS (2) **A-03-02**

1. $\frac{49}{80}$
2. 6 vueltas/segundo 2,5 minutos
3. 30 céntimos
4. *a)* $\frac{7}{45}$ *b)* Carolina > Julia > María > Yo
5. $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{32}$, $\frac{21}{64}$ y $\frac{21}{64}$

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-03-03**

Crucigrama numérico

1			T	**R**	E	S			
2		C	U	**A**	R	E	N	T	A
3		D	O	**C**	E				
4		Q	U	**I**	N	C	E		
5			D	**O**	S				
6	V	E	I	**N**	T	E			
7		C	U	**A**	T	R	O		
8		M	I	**L**					

Un buen negocio

240 discos.

Número grande

$16 \cdot 10^{20}$, es decir, 22 cifras.

Cuadrado blanco y gris

Gris: $\frac{2\,465}{6\,561}$ y blanco: $\frac{2\,096}{6\,561}$

ESTRATEGIA: ANALIZAR LOS DATOS **A-03-04**

1. 25 alumnos.
2. $0{,}60 \cdot x = 15 \Rightarrow x = 25$ $0{,}60 \cdot y = 12 \Rightarrow y = 20$

   El dibujo medía 25 × 20 cm.
3. En cada período acierta 12, 8, 20 y 4 lanzamientos respectivamente, como su porcentaje de acierto es del 80%, esto supone que ha lanzado 5, 10, 15 y 25 veces respectivamente en cada período.

Unidad 04: Números decimales

APLICACIONES DE LOS NÚMEROS DECIMALES (1) **A-04-01**

1. *a)* Sí *b)* 5 céntimos de euro.
2. 3 €
3. *a)* 0,062667 m^2 *b)* 31, 3335 m^2 *c)* 2 506,68 g
4. *a)* 0,9 € *b)* 45 000 €
5. *a)* 13,55 kg *b)* 80 cm^3

APLICACIONES DE LOS NÚMEROS DECIMALES (2) **A-04-02**

1. 7 032 m
2. 65,7 €
3. 5,4 L de limonada.
4. *a)* 8,52 €

   b) 1,125 kg

   c) Sin oferta, 11,36 € y con oferta, 7,58 €
5. En el envase normal.

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-04-03**

Número mágico

285 714, 428 571, 571 428 y 714 285...

Son siempre las mismas cifras, con el mismo orden, empezando por un número distinto.

$\frac{1}{7} = 0{,}142857142857...$ el período es nuestro número. Si ahora se hace $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$ se obtiene el resto de números.

Crucigrama

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2	,	1	5		1	0	1	2
B	1		8		1	8	,	3	
C	2	4		1	0		1	0	0
D	8	5	2	,	0	6			,
E	0		1	0	0	0		9	0
F		1	,	5		2	5	,	6
G	1	0	0		3	,	1	4	2
H	3	0	1	,	2	5		7	2

EL GRAN JUEGO **A-04-04**

Respuesta libre.

ESTRATEGIA: RADICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES **A-04-05**

1. *a)* 1,46 *b)* 0,22 *c)* 3,68 *d)* 15,29

2. *a)* Sí, de 1,7. *b)* No *c)* Sí, de 2,3. *d)* No

3. *a)* y *b)*

4. *a)* $2{,}3^2 = 5{,}29$

b) $0{,}345^2 = 0{,}119025$

Unidad 05: Proporcionalidad

APLICACIONES DE LA PROPORCIONALIDAD **A-05-01**

1. 0,96 cartuchos.

2. 4 días.

3. 21 euros.

4. 15 %

5. 2 500 euros.

6. 2 007 euros.

7. 12,5 %

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-05-02**

El viaje de fin de curso

12,5 %

¿Nos engañan con las rebajas?

Un 1 % menor que el inicial.

El invento revolucionador

Los porcentajes no se pueden sumar.

ESTRATEGIA: INTERPRETAR RESULTADOS **A-05-03**

1. Respuesta libre.

2. Respuesta libre.

EL HOMBRE QUE CALCULABA **A-05-04**

Respuesta libre.

Unidad 06: Expresiones algebraicas

APLICACIONES **A-06-01**

1. $P(x) = 3x^5 + 4x$

2. *a)* La media aritmética es 5 y la geométrica, 4.

b) La media aritmética es 15 y la geométrica, 9.

c) La media aritmética es 14,5 y la geométrica, 10.

d) La media aritmética es 6,25 y la geométrica, 5.

3. *a)* $x^2 + 10x + 25$ *d)* $4m^2 + 25n^2 - 20mn$

b) $x^2 - 8x + 16$ *e)* $4x^4 - 4x^2 + 1$

c) $4a^2 + 12a + 9$ *f)* $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

4. *a)* 2 *b)* 3 *c)* $\sqrt{2}$ *d)* $2y$

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-06-02**

Sara, la adivina

- x
- $4 \cdot (x + 4)$
- $2x + 5$
- $x + 4$
- $4x + 10$
- $2x + 5 - (x - 1) = x + 6$

Si ha dicho el 8, entonces $8 = x + 6$ por lo que $x = 2$.

Cartas de la baraja española

1, 4, 1, 2, 12, 11, 3

Diagonales de un polinomio

El cuadrilátero: 2 diagonales.

El pentágono: 5 diagonales.

El hexágono: 9 diagonales.

El octógono: 20 diagonales.

Cuadros con palillos

4, 7, 10, 13, 16, 25, 46, 3n + 1

ESTRATEGIA: EL LENGUAJE ALGEBRAICO **A-06-03**

1. El polinomio de grado 3 es: $2x^3 - 2x^2 - 13x - 1$

Por tanto, la resta será: $-3x^3 - 5x^2 + 21x + 2$

2. El binomio de grado 1 es: $-6x - 3$

El producto solicitado es: $18x^4 - 21x^3 - 51x^2 + 36x + 27$

3. El polinomio de grado 4 es: $-x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 9$

Unidad 07: Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES (1) **A-07-01**

1. El 62

2. 8 cm

3. El del bidón A tenía 101 L.

4. 320 m², 160 m² y 106 m², respectivamente.

5. Carmen tendrá 26 años y su madre 56.

6. Un segundo.

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES (2) **A-07-02**

1. Frigorífico: 459 € y televisor: 1 044 €

2. Los números son 15 y – 15.

3. El diámetro es 5, 64 cm.

4. El perímetro es de 72 cm.

5. Cuadrado 10 cm y rectángulo 5 cm y 15 cm.

6. Perímetro es de 30 cm y su área de 50 cm².

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-07-03**

Decorando la pared

169 azules y 456 blancos.

Lola y sus compras

54 €

Familias numerosas

10 tienen un hermano y una hermana.

Lío de edades

Alberto 4 años, Rodrigo 7 y Víctor 5 años, por tanto el mayor es Rodrigo.

CAZA A MISTER X **A-07-04**

Respuesta libre.

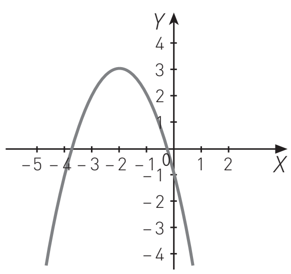
ESTRATEGIA: PAUTAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ECUACIONES **A-07-05**

1. El primer jugador 2, el segundo 1 y el tercero 3.
2. Las entradas del tipo A cuestan 20 euros y las del tipo B, 10.

Unidad 08: Funciones

INTERPRETA Y DIBUJA GRÁFICAS **A-08-01**

1. Dominio desde – 1 en adelante y recorrido los negativos.
2. Corta al eje horizontal en (– 1 , 0), al vertical en (0 , – 1) y es decreciente.
3. Es siempre creciente y no tiene ni máximos ni mínimos locales.
4.



PON A PRUEBA TU INGENIO **A-08-02**

La magia de los números de dos cifras

Siempre queda un múltiplo de 9.

La edad de las tres hijas de Chus

Tienen 2, 2 y 9 años.

La factura del teléfono

La gráfica que mejor describe el precio que hay que pagar por una llamada telefónica en relación con el tiempo de duración de la llamada es la discontinua.

La caída de una piedra

a) La piedra se deja caer desde una altura de 100 metros.

b) A los 2 segundos, la piedra está a una altura aproximada de 80 metros y a los 4 segundos de 20 metros.

c) Sobre los 4,5 segundos llega al suelo.

ESTRATEGIA: FUNCIONES DEFINIDAS A TOZOS **A-08-03**

1. *a)* **107-b-18186**

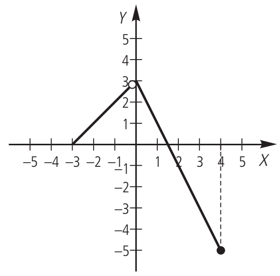
   b) **107-c-18186**

   c) **107-d-18186**

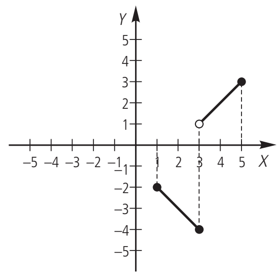
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Funciones definidas a trozos

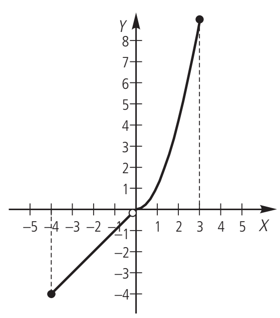
1. *a)*



b)



c)



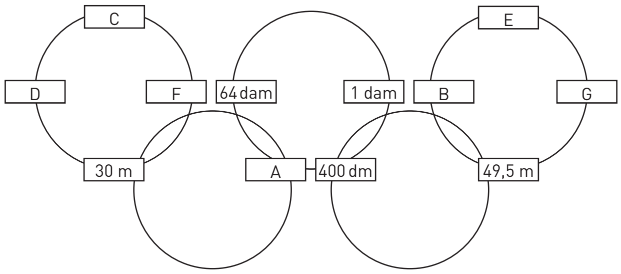
Unidad 09: Medidas

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS **A-09-01**

1. 282° 3’
2. Primero: 43° 35’ 17’’, segundo: 58° 7’ 2,67’’ y tercero: 29° 3’ 31,33’’
3. 6 h 4 min 24 s
4. 164,25 €
5. 25 min para cada asignatura.
6. 47° 26’ 5’’
7. 32 min

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-09-02**

Los aros



El reloj sin agujas

El señor entró a las 12.

Relojes de arena

Los dos relojes se ponen en marcha al mismo tiempo. Cuando termina el pequeño se vuelve a poner en marcha. Cuando el mayor termina han pasado 11 minutos, el reloj pequeño ha marcado 4 minutos. Se vuelve a poner en marcha el pequeño y cuando termina habrá pasado 15 minutos (11 + 4).

Un despiste de horario

Solo había dormido 2 horas.

HIPATIA DE ALEJANDRÍA (380-415) **A-09-03**

Respuesta libre.

ESTRATEGIA: REPRESENTAR GRÁFICAMENTE LOS DATOS PARA LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA **A-09-04**

1. 360º : 8 = 45º
2. *a)* 56º 28' 35'' + 78º 21' 43'' = 134º 50' 18''

   b) 134º 50' 18'' + 104º 5' 10'' = 238º 55' 28''

   c) 78º 21' 43'' + 104º 5' 10'' = 182º 26' 53''
3. $\frac{2}{5} \cdot 360^\circ = 144^\circ$

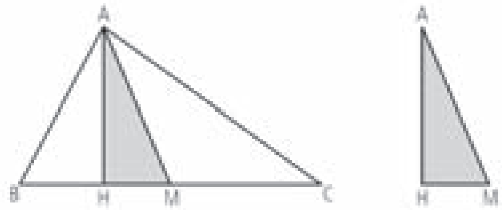
Unidad 10: Triángulos. Teorema de Pitágoras

TEOREMA DE PITÁGORAS **A-10-01**

1. El lado del triángulo mide de 8,66 cm
2. El perímetro: 26 cm y el área: 32 cm^2
3. 93,6 cm^2
4. Sí son iguales porque la hipotenusa será igual y por tanto tendrán los tres lados iguales.
5. 114 cm^2

ACTIVIDADES DE DIBUJO **A-10-02**

1. Sí son iguales, porque la diagonal lo divide en dos triángulos que tienen los tres ángulos iguales.
2. Construimos el triángulo $\widehat{AMH}$ partir de M se toman dos segmentos $\overline{MB} = \overline{MC} = \frac{a}{2}$ porque la mediana divide al lado *a* en dos partes iguales, y de esa manera obtenemos el triángulo $\widehat{ABC}$



3. l = 16,97 mm
4. Es isósceles. La bisectriz pasa por el punto medio del lado.

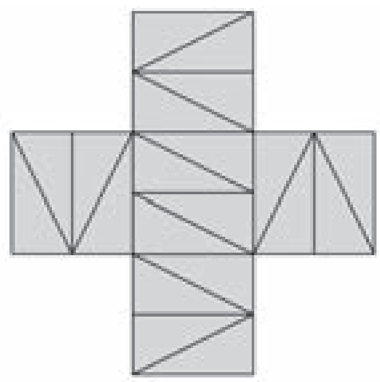
PON A PRUEBA TU INGENIO **A-10-03**

Las meriendas de la abuela

María tiene 3 nietos.

Las fichas de colores

Construimos cuadrados



El túnel

En cualquier vagón pasa el mismo tiempo.

EL VIEJO QUE LEÍA NOVELAS DE AMOR **A-10-04**

Respuesta libre.

ESTRATEGIA: ANALIZAR Y REPRESENTAR LOS DATOS CON UN DIBUJO **A-10-05**

1. Si llamamos *a* al lado de un cuadrado de la figura podemos escribir: $8^2 = a^2 + (2a)^2$

   De aquí podemos deducir que $a = \sqrt{\frac{64}{5}}$ =m.

   Por tanto el área de uno de los cuadrados de la cruz será: $A_{cuadrado} = a^2 = \frac{64}{5}$ m^2

   Como la cruz la forman 5 cuadrados con igual área podemos deducir que la superficie a embaldosar es 64 m^2.

Unidad 11: Semejanza. Teorema de Tales

APLICACIONES DE LA SEMEJANZA **A-11-01**

1. *a)* $\alpha = 30°$

b) Tienen los ángulos iguales.

c) $\overline{AD} = 32{,}8$ cm, $\overline{CD} = 21{,}8$ cm

2. 12,57 cm

3. El lado desigual del triángulo T_2 mide: 5,3 cm

$\dfrac{\text{Área de } T_1}{\text{Área de } T_2} = 2{,}25$

4. *a)* 4

b) b = 9 cm , a = 48 cm , c = 12 cm

c) $\dfrac{\text{Perímetro de } T_1}{\text{Perímetro de } T_2} = 4$; $\dfrac{\text{Área de } T_2}{\text{Área de } T_1} = \dfrac{1}{16}$

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-11-02**

División de un terreno

Si llamamos T_A al área del triángulo $\widehat{ABC}$, T_B al área triángulo $\widehat{ADC}$, T_1 al área del triángulo que aparece al unir los puntos medios de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ y T_2 al área del triángulo que aparece al unir los puntos medios de los lados $\overline{AD}$ y $\overline{DC}$ se tiene que: $T_1 = \dfrac{1}{4}\,T_A$ y $T_2 = \dfrac{1}{4}\,T_B$

De forma que: $T_1 + T_2 = 1{,}5$ ha

Procediendo de la misma forma y llamando T_3 al área del triángulo que aparece al unir los puntos medios de los lados $\overline{BC}$ y $\overline{DC}$ y T_4 al área del triángulo que aparece al unir los puntos medios de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ se tiene que: $T_3 + T_4 = 1{,}5$ ha

Como el cuadrilátero central y los cuatro triángulos forman el cuadrilátero ABCD, de área 6 ha, el área de la parcela central es: 6 – 3 = 3 ha

Triángulos con monedas

a) 5,46 cm *b)* 15,86 cm

El mapa de carreteras

a) Aproximadamente 140 km.

b) Tardamos 1 h y 33 min, aproximadamente.

c) Aproximadamente 90 km y desde Nerja hasta Málaga 45 km. Se tardará 2 h, aproximadamente.

Una de escalas

a) 1:1 200 000 *b)* 1:200 000 *c)* 1:30 000

ESTRATEGIA: RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA MEDIANTE UN SISTEMA A ESCALA **A-11-03**

1. $\dfrac{10 \text{ cm}}{200 \cdot 10^5} \Rightarrow 1{:}2\,000\,000$

2. $\dfrac{1 \text{ cm}}{2{,}7 \text{ km}} = \dfrac{40 \text{ cm}}{x \text{ km}} \Rightarrow x = 108$ km

3. $\dfrac{1 \text{ cm}}{2{,}7 \text{ km}} = \dfrac{x \text{ cm}}{18 \text{ km}} \Rightarrow x = 6{,}6$ km

4. Sí se podrá volcar un sofá de 2,80 m en el salón porque este mide 3 m.

5. *a)* Según el diagrama 2 cm equivalen a 1 km.

Las dos localidades estarían en el mapa a 84 cm.

b) 1:50 000

Unidad 12: Geometría del espacio.Poliedros

ÁREAS Y VOLÚMENES DE POLIEDROS **A-12-01**

1. 50 cm^2

2. Área es 6,87 m^2 y volumen es 0,87 m^3

3. 2,5 m

4. 703,53 cm^3

5. *a)* $A_l = 405$ cm^2 *b)* $A_t = 810$ cm^2 *c)* $V = 1\,134$ cm^3

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-12-02**

Actividad manipulativa.

PLANILANDIA **A-12-03**

Respuesta libre.

ESTRATEGIA: DESCOMPONER EL PROBLEMA EN OTROS MÁS SENCILLOS **A-12-04**

1. Para hallar el área necesitamos hallar la altura de cada una de las caras laterales.

$$h = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = 4{,}33 \text{ cm}$$

$$A_{\text{cara lateral}} = \frac{4{,}33 \cdot 5}{2} = 10{,}82 \text{ cm}^2$$

Como el tetraedro tiene 4 caras: $4 \cdot 10{,}82 = 43{,}28$ cm^2

El volumen de un tetraedro viene dado por la expresión:

$$V = \frac{a^3}{12} = \sqrt{2}$$

donde *a* es la longitud de la arista, así que en este caso:

$$V = \frac{5^3}{12} = \sqrt{2} = 14{,}73$$

2. Hallamos la altura de cada una de sus caras:

$$h = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6{,}93 \text{ cm}$$

El área total del icosaedro será:

$$A_{\text{total}} = 20 \cdot A_{\text{cara}} = 20 \cdot \frac{8 \cdot 6{,}93}{2} = 554{,}4 \text{ cm}^2$$

Unidad 13: Cuerpos de revolución

ÁREAS Y VOLÚMENES DE CUERPOS DE REVOLUCIÓN **A-13-01**

1. *a)* 133,45 cm^2 *b)* 93,54 cm^2

2. *a)* 150,80 cm^3 *b)* 16,75 cm^3

VOLÚMENES DE CUERPOS DE REVOLUCIÓN **A-13-02**

1. 1,41 cm

2. 12,56 cm^3

3. 30 cm

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-13-03**

El pastel de cumpleaños

Primero se divide la tarta en cuatro partes iguales y después un nuevo corte a la mitad de la altura de la tarta.

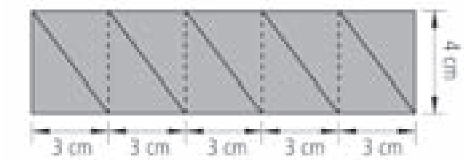
Gira la recta

a) 4 cm.

b) Es un rectángulo de base 18,85 cm y altura 4 cm. Por tanto, su superficie será 75,4 cm².

El mango de mi raqueta

El desarrollo plano es un rectángulo de 15 cm × 4 cm



Este rectángulo está formado por 5 rectángulos más pequeños en el que sus diagonales son la cinta. Hallamos la longitud de una de las diagonales y la multiplicamos por 5. La cinta mide 25 cm.

ESTRATEGIA: TRANSFORMAR EL PROBLEMA EN OTRO MÁS SENCILLO **A-13-04**

1. $A_{\text{cono mayor}} = \pi \cdot 6\text{ cm} \cdot (9\text{ cm} + 6\text{ cm}) = 282{,}74\text{ cm}^2$

Calculamos el radio y la generatriz del cono menor:

$(9\text{ cm})^2 = (6\text{ cm})^2 + H^2 \Rightarrow H = 6{,}7\text{ cm}$

$\dfrac{6{,}7\text{ cm}}{6\text{ cm}} = \dfrac{6\text{ cm}}{r} \Rightarrow r = 5{,}37\text{ cm}$

$\dfrac{6{,}7\ cm}{6\ cm} = \dfrac{9\text{ cm}}{g} \Rightarrow g = 8{,}06\text{ cm}$

$A_{\text{cono menor}} = \pi \cdot 5{,}37\text{ cm} \cdot (8{,}06\text{ cm} + 5{,}37\text{ cm}) = 226{,}57\text{ cm}^2$

Por tanto, el área del tronco de cono es:

$$A = A_{\text{cono mayor}} - A_{\text{cono menor}} = 56{,}17\text{ cm}^2$$

Y el volumen:

$$V_{\text{cono mayor}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6\text{ cm})^2 \cdot 6{,}7\text{ cm} = 252{,}58\text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cono menor}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (5{,}37\text{ cm})^2 \cdot 6\text{ cm} = 181{,}19\text{ cm}^3$$

Por lo que el volumen del tronco de cono es:

$$V = V_{\text{cono mayor}} - V_{\text{cono menor}} = 71{,}39\text{ cm}^3$$

2. Con las medidas del enunciado no se puede construir un cono, el diámetro menor debe ser de 2,73 cm para que sea factible el cuerpo geométrico.

Así, el cono pequeño tiene como elementos: $r = 1{,}36$ cm, $h = 3$ cm, por tanto la generatriz es 3,29 cm.

Como en el cono grande conocemos los elementos $R = 5$ cm, $H = 11$ cm podemos establecer la relación de semejanza entre el cono pequeño y el grande:

$\dfrac{11}{3} = \dfrac{G}{329} \Rightarrow$ la generatriz del cono grande es $G = 12{,}1$ cm.

Con estos valores podemos calcular el área (cm² de cristal) y el volumen (capacidad) de ambos conos:

$V_{\text{cono}} = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot (5\text{ cm})^2 \cdot 11\text{ cm} = 287{,}98\text{ cm}^3$

$V_{\text{CONO}} = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}36\text{ cm})^2 \cdot 3\text{ cm} = 5{,}81\text{ cm}^3$

$V_{\text{tronco cono}} = V_{\text{CONO}} - V_{\text{cono}} = 282{,}17\text{ cm}^3$

La capacidad del vaso es de 282,17 cm³

$A_{\text{CONO}} = \pi \cdot 5\text{ cm} \cdot (11 + 5)\text{ cm} = 251{,}33\text{ cm}^2$

$A_{\text{cono}} = \pi \cdot 4\text{ cm} \cdot (3{,}29 + 4)\text{ cm} = 91{,}61\text{ cm}^2$

$A_{\text{tronco cono}} = A_{\text{CONO}} - A_{\text{cono}} = 159{,}72\text{ cm}^2$

Se necesitan 159,72 cm² para construir el vaso.

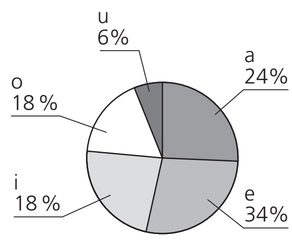
Unidad 14: Estadística

APLICACIONES DE LA ESTADÍSTICA **A-14-01**

1. Como en la población hay un 52 % y un 48 % de hombres, en la muestra deberán estar representados en el mismo porcentaje: 624 mujeres y 576 hombres.

2.

VOCALES	f_i	PORCENTAJES
a	23	25
e	30	33
i	17	18
o	16	17
u	6	7
Totales	92	100

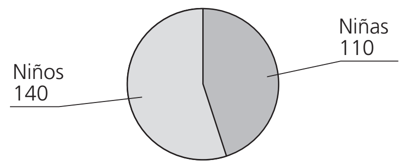


3. *a)* y *c)*

INFORME DEL PNUD DEL 2000 SOBRE TRABAJO INFANTIL				
Sexo	f_i (millones)	f_r	%	Ángulo
Niñas	110	110/250 = 0,44	44	158,4º
Niños	140	140/250 = 0,56	56	2011,6º

b) La variable es el sexo, que es de tipo cualitativo no ordenable.

d)



a) Moda: no tiene. Mediana: 179 cm. Media: 162,1 cm.

b) El rango de las cinco alturas es 105,5 cm y la desviación típica es 37,3716 cm. Las alturas están muy dispersas, y dado el pequeño número de datos, podemos concluir que en este caso no tiene mucho sentido calcular la media, ya que no es muy representativa.

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-14-02**

El reparto más equitativo

Basta construir una tabla como la siguiente:

N.º DE PERSONAS	1.er REPARTO	2.º REPARTO
1	1	5
2	3	10
3	6	15
4	10	20
5	15	25
6	21	30
7	28	35
8	36	40
9	45	45

Por tanto, el grupo está formado por 9 personas.

La sospecha

1.ª pesada: se colocan 9 bolsas en cada platillo, si está equilibrado; la bolsa defectuosa es la que está fuera, y ya estaría resuelto. En caso contrario, se toman las del platillo que pese menos.

2.ª pesada: se colocan tres bolsas en cada platillo, y se razona igual que anteriormente.

3.ª pesada: se colocan una en cada platillo. Se elige el que menos pesa.

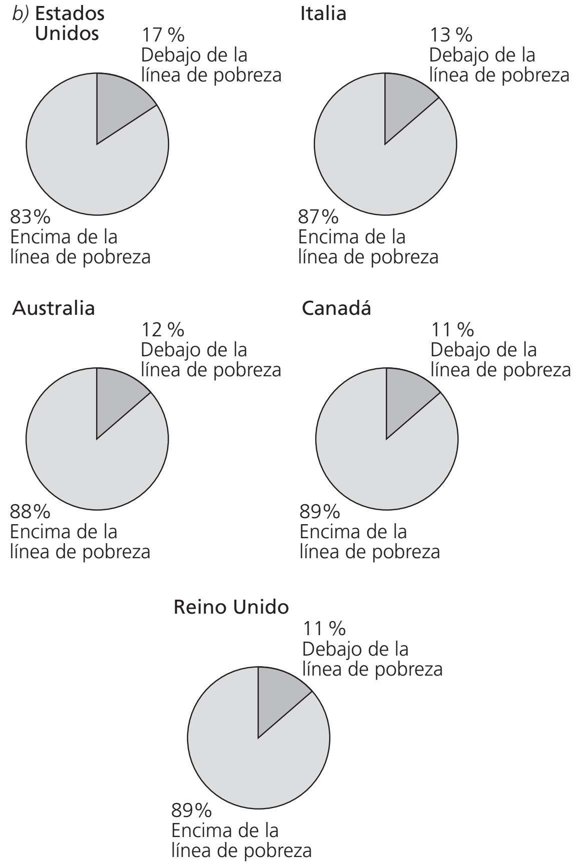
El número máximo de pesadas es tres.

El Cuarto Mundo

País	Porcentaje de población que vive por debajo de la línea de pobreza	Población en millones de habitantes Año 2001	N.º de personas del Cuarto Mundo
Estados Unidos (1997)	17	284,5	48 365 000
Italia (1995)	13	57,8	7 514 000
Australia (1994)	12	19,4	2 328 000
Canadá (1994)	11	31	3 410 000
Reino Unido (1995)	11	60	6 600 000

a) El total de personas del Cuarto Mundo en esos países es de: 68 217 000 personas.

b) Estados Unidos 17 % Debajo de la línea de pobreza
83 % Encima de la línea de pobreza



ESTRATEGIA: ORGANIZACIÓN DE DATOS EN TABLAS **A-14-03**

1. La media de los valores de Carmen es 20, por tanto, la tabla correspondiente a la varianza es:

x_i	n_i	$d_i = x_i - \bar{x}$	$d_i^2 = (x_i - \bar{x})^2$	$d_i^2 = (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
16	2	16 − 20 = −4	$(-4)^2 = 16$	16 · 2 = 32
17	2	17 − 20 = −3	$(-3)^2 = 9$	9 · 2 = 18
19	1	19 − 20 = −1	$(-1)^2 = 1$	1 · 1 = 1
20	2	20 − 20 = 0	$0^2 = 0$	0 · 2 = 0
21	1	21 − 20 = 1	$1^2 = 1$	1 · 1 = 1
23	2	23 − 20 = 3	$3^2 = 9$	9 · 2 = 18
24	2	24 − 20 = 4	$4^2 = 16$	16 · 2 = 32
Total	**12**			**102**

La varianza para los datos de Carmen es:

$V(x) = \frac{102}{12} = 8,5$

Y la desviación típica: $S(x) = \sqrt{8,5} = 2,92$ puntos

La media de los valores de Virginia es 20 también, y la tabla correspondiente a la varianza es:

x_i	n_i	$d_i = x_i - \bar{x}$	$d_i^2 = (x_i - \bar{x})^2$	$d_i^2 = (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
2	2	2 – 20 = –18	$(-18)^2 = 324$	324 · 2 = 648
3	2	3 – 20 = –17	$(-17)^2 = 289$	289 · 2 = 578
5	1	5 – 20 = –15	$(-15)^2 = 225$	225 · 1 = 225
20	2	20 – 20 = 0	$0^2 = 0$	0 · 2 = 0
35	1	35 – 20 = 15	$15^2 = 225$	225 · 1 = 225
37	2	37 – 20 = 17	$17^2 = 289$	289 · 2 = 578
38	2	38 – 20 = 18	$18^2 = 324$	324 · 2 = 648
Total	12			2 902

La varianza para los datos de Virginia es:

$V(x) = \frac{2\,902}{12} = 241{,}83$

Y la desviación típica: $S(x) = \sqrt{241{,}83} = 15{,}55$ puntos

Comparando los resultados de ambas jugadoras se observa que ambas tienen la misma media, sin embargo, es más representativa en el caso de Carmen, ya que tiene una desviación típica menor. La interpretación de este resultado es que dicha jugadora es más estable en cuanto a sus puntuaciones.

2. El rango de los datos de 2.º B es 5 y el de 2.º C es 4; y el valor de la desviación típica es 1,57 y 1,32 respectivamente. La desviación típica es algo menor en los datos de 2.º C, aunque no es muy significativa.

NÚMEROS EN CUERDAS **A-14-04**

Respuesta libre.

Unidad 15: Probabilidad

CÁLCULO DE PROBABILIDADES **A-15-01**

1. *a)* $P(2) = \frac{1}{36}$

b) $P(5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

c) $P(12) = \frac{1}{36}$

2. *a)* P (ninguna cara) = $\frac{1}{8}$

b) P (alguna cara) = $\frac{7}{8}$

c) P (más de una cara) = $\frac{1}{2}$

d) P (una cara) = $\frac{3}{8}$

3. 3 rojas y 5 negras.

4. *a)* P (verde) = $\frac{1}{3}$

b) P (no verde) = $\frac{2}{3}$

c) P (roja o verde) = $\frac{7}{12}$

d) P (ni roja ni verde) = $\frac{5}{12}$

5. *a)* P (dos cincos) = $\frac{1}{36}$

b) P (dos números iguales) = $\frac{1}{6}$

PON A PRUEBA TU INGENIO **A-15-02**

Cuadrados mágicos

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Mentirosos y veraces

Pilar pertenece al de los mentirosos y Ruth, al de los veraces.

En busca del euro perdido

De los 30 euros que había inicialmente, pagan en total 27 (incluida la propia) y cada uno se queda con 3. No tiene, por tanto, sentido sumar a los 27 que pagan los 2 de propina.

Extraño vuelo

Del polo.

ESTRATEGIA: DIAGRAMAS DE ÁRBOL **A-15-03**

1. Observando el diagrama del árbol del problema resuelto:

$$P(2 \text{ bolas verdes}) = \frac{3}{8}$$

2. Con el diagrama de árbol es fácil ver que las formas posibles son:

1.º en llegar	2.º en llegar	3.º en llegar	Espacio muestral
R	JL →	A →	(R, JL, A)
	A →	JL →	(R, A, JL)
JL	R →	A →	(JL, R, A)
	A →	R →	(JL, A, R)
A	R →	JL →	(A, R, JL)
	JL →	R →	(A, JL, R)